

# Chapitre 11 - Analyse syntaxique LR

INF7641 Compilation

Jean Privat

Université du Québec à Montréal

INF7641 Compilation

v251



# Plan

- 1 Analyse syntaxique LR(0)
- 2 Analyse syntaxique LR(1)
- 3 Autres analyses syntaxiques

# Langages (rappels)

## Langages réguliers

- Expressions régulières
- Automates finis (déterministes ou non)

## Langages non contextuels

- Grammaires non contextuelles
- *Context-free grammar* (CFG?)

# Analyses syntaxiques

## Algos

- Données : une grammaire et une séquence finie de jetons
- Résultat : un arbre syntaxique (ou une erreur de syntaxe)

## Problème

- Pas d'analyse syntaxique générale efficace

## Solution

- Plusieurs sortes d'analyses et plusieurs types de grammaires
- Exemples
  - Analyses LR: LR(0), LALR(1), LR(1), LR( $k$ ), GLR...
  - Analyses LL: LL(1), LL( $k$ ), LL(\*)...

# Analyse syntaxique LR(0)

# Analyse syntaxique LR(0)

## Analyse ascendante

- Dédit les productions a partir des jetons

## Analyse l'entrée de la gauche (**L**eft)

- Le premier jeton de la séquence est traité

## Construit une dérivation droite (**R**ight)

- Les fils de droite sont construits avant les fils de gauches

## Utilise aucun jeton de prévision (0)

- On ne regarde jamais les jetons en avant

# Comment faire l'analyse LR(0)

## Étapes

- Transformer la grammaire en un automate
- Évaluer l'automate

## Quel genre d'automate utiliser

- Automates finis insuffisants
  - Rappel: lemme de la pompe
- Il faut donc un automate plus fort
  - À pile !

# Automate à pile (*pushdown automaton*, PDA)

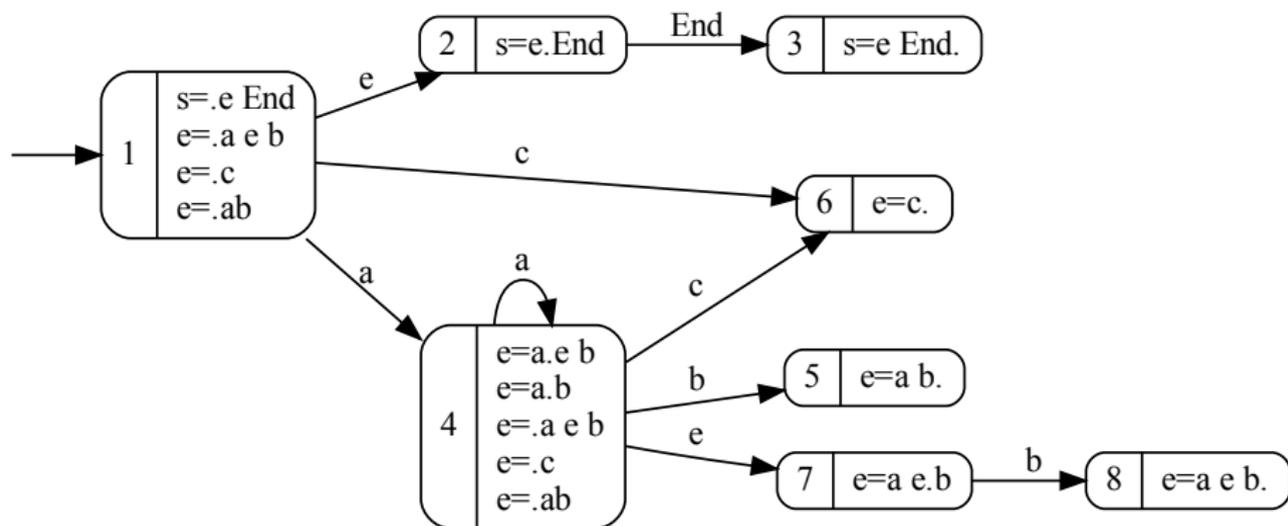
États de l'automate = Ensemble d'*items*

- Un **item** est une **alternative** + une **position**
- La **position** (représentée par un point) peut être au début, à la fin ou entre deux éléments de l'alternative
- Attention: élément = production ou jeton ; élément  $\neq$  item

Transitions (déterministes) étiquetées par

- Un **jeton**
- Une **production**
- Ou le jeton spécial *fin de séquence* (noté \$ ou End)

# Exemple d'automate LR(0)



# Grammaire $\rightarrow$ LR(0) : Grammaire augmentée

## Ajout d'une nouvelle production

- « départ = ancien\_départ End ; »

## Exemple

```
e = {list:} '(' l ')' | {id:} i ;
```

```
l = {many:} l e | {one:} e ;
```

devient

```
s = e End ;
```

```
e = {list:} '(' l ')' | {id:} i ;
```

```
l = {many:} l e | {one:} e ;
```

# Construction de l'automate : État de départ

On prend la production de départ

- « s = e End »

On bâtit l'ensemble des position potentielles

- { « s = . e End » }

Si le point est placé avant une production

- On inclue ses alternatives
- { « s = . e End », « e = . '(' l ')' » , « e = . i » }
- Éventuellement récursivement

# Construction de l'automate : État suivants

## Identifier les transitions possibles

- Il y a une transition par élément précédé d'un point
- Traiter chaque transition indépendamment dans la suite

## Déterminer l'ensemble des items

- Considérer les items qui progressent sur une transition
- Avancer le point pour chacun d'eux
- Le point devant production → inclure ses alternatives

## Déterminer l'état destination

- Si l'état existe déjà, le réutiliser
- Si l'état n'existe pas, le créer et penser à déterminer ses états suivants

# Exercice

## Finir l'automate de la grammaire

$e = \{\text{list:}\} \text{'(' } l \text{' )' } \mid \{\text{id:}\} i ;$

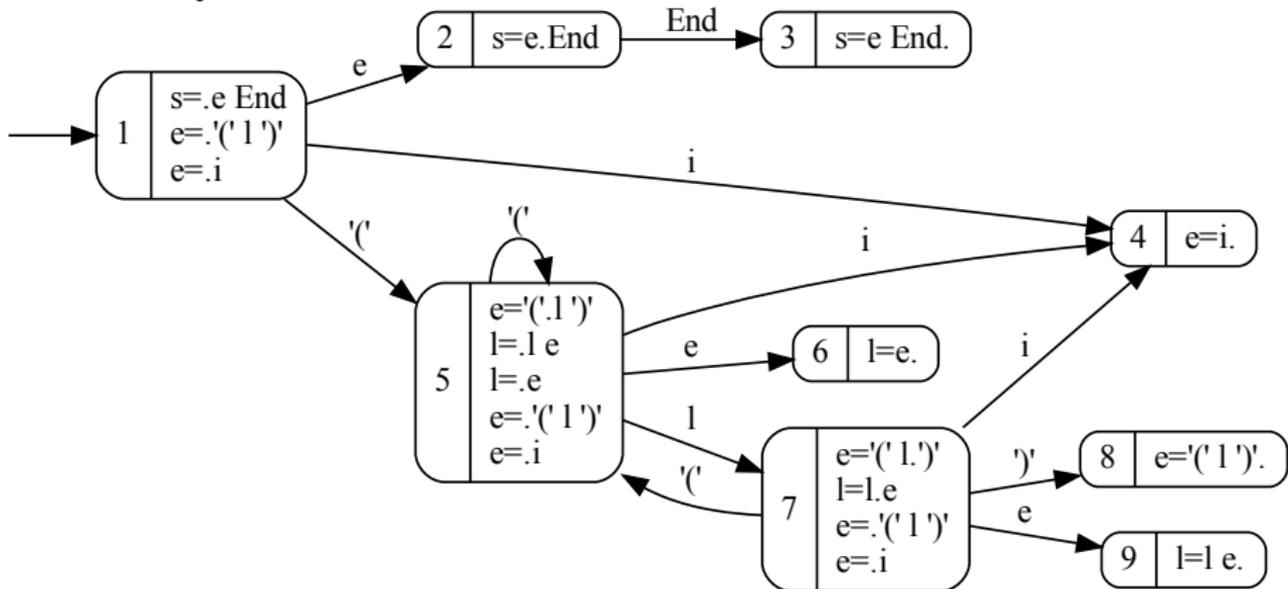
$l = \{\text{many:}\} l e \mid \{\text{one:}\} e ;$

# Exercice

## Finir l'automate de la grammaire

$e = \{\text{list:}\} \text{'(' l ')} \mid \{\text{id:}\} i ;$

$l = \{\text{many:}\} l e \mid \{\text{one:}\} e ;$



# Construction de l'automate : Action des états

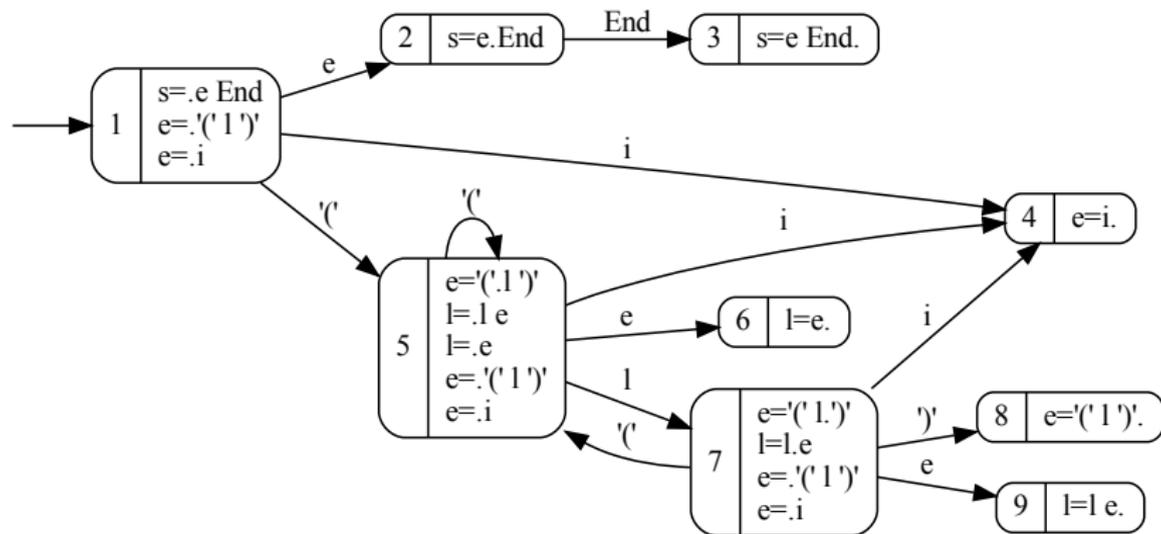
## Chaque état à une action

- Décalage : il existe un jeton précédé d'un point
- Réduction  $P:A$  : il existe un point à la fin de l'alternative  $P:A$

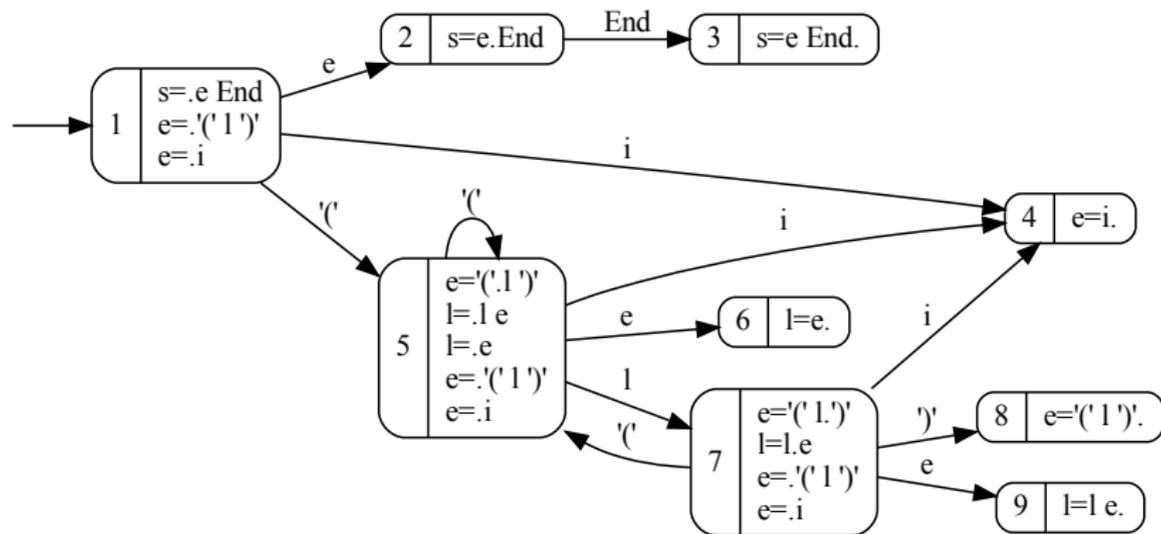
## Exemples

- { « s = . e End », « e = . '(' l ')' ' », « e = . i » }  
→ décalage
- { « s = e End . » }  
→ réduction

# Exercice: déterminer les actions



# Exercice: déterminer les actions



- décalages: 1, 2, 5, 7 : décalage
- réductions: 3(s), 4(e:id), 6(l:one), 8(e:list), 9(l:many)

# Exercice

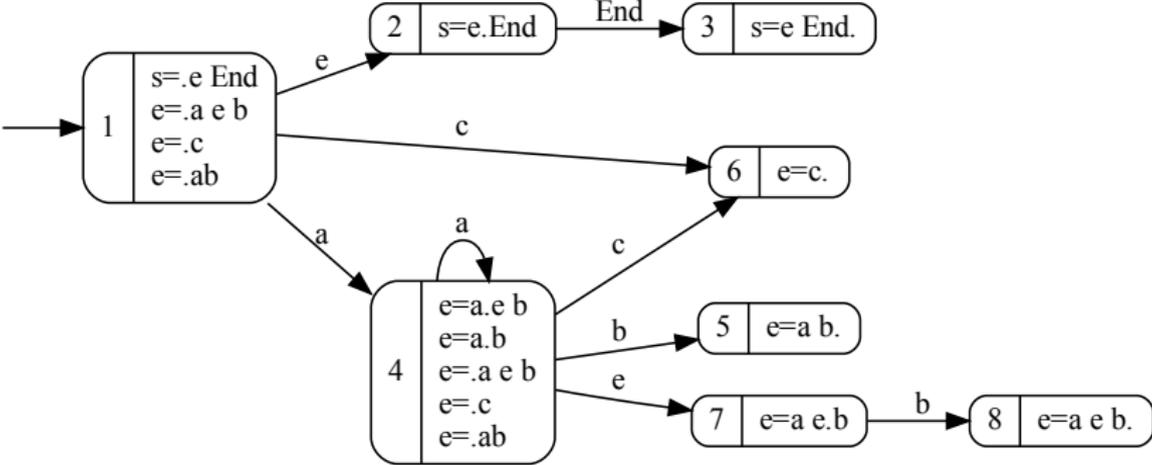
Construire l'automate de la grammaire

$e = a e b \mid c \mid a b ;$

# Exercice

## Construire l'automate de la grammaire

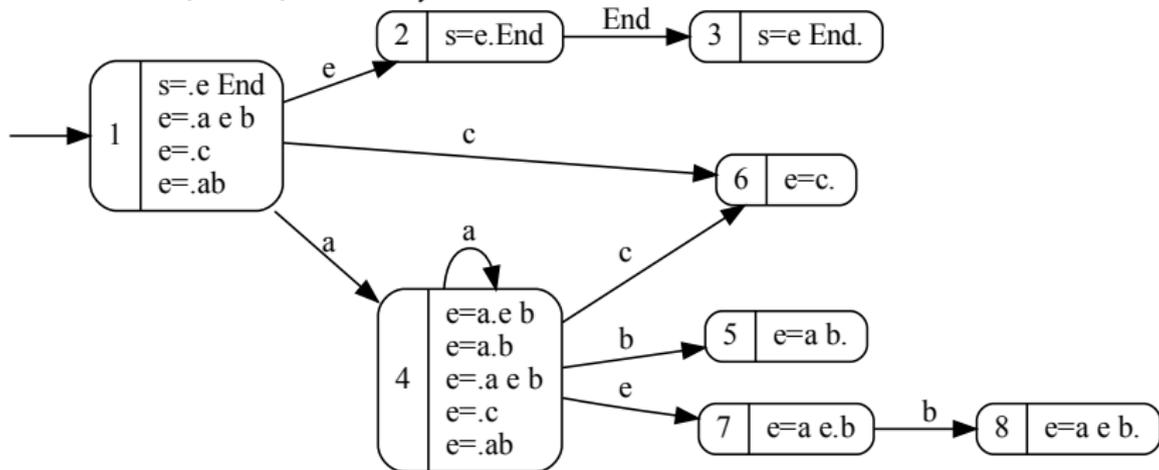
$e = a e b \mid c \mid a b ;$



# Exercice

## Construire l'automate de la grammaire

$e = a e b \mid c \mid a b ;$

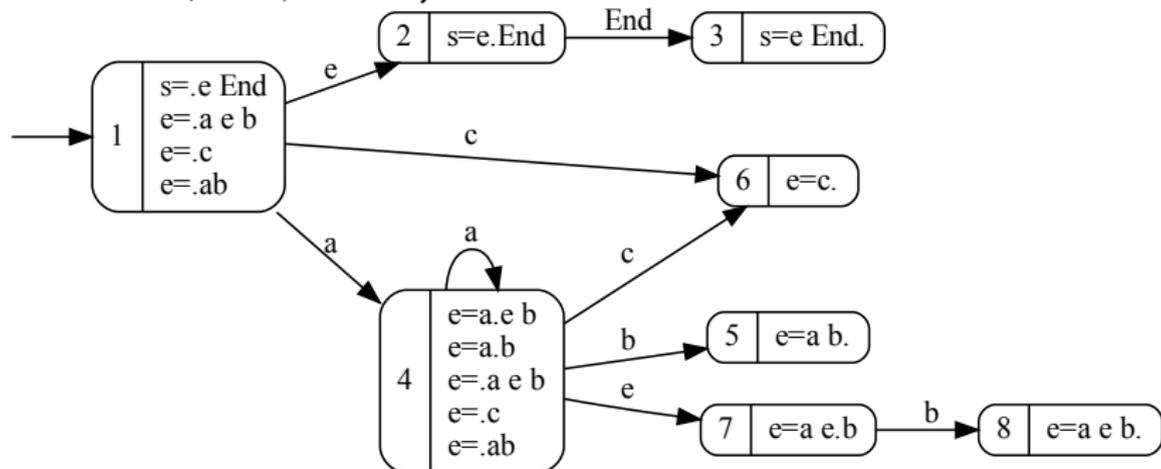


Déterminer les actions des états de l'automate

# Exercice

## Construire l'automate de la grammaire

$e = a e b \mid c \mid a b$  ;



## Déterminer les actions des états de l'automate

- décalages : 1, 2, 4, 7
- réductions : 3(s), 5(e:3), 6(e:2), 8(e:1)

# Exercice

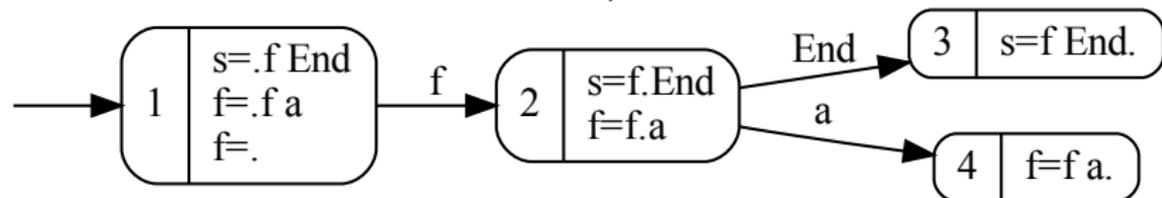
Construire l'automate de la grammaire

$f = \{ \text{devant:} \} f a \mid \{ \text{rien:} \} ;$

# Exercice

Construire l'automate de la grammaire

$f = \{\text{devant:}\} f a \mid \{\text{rien:}\} ;$

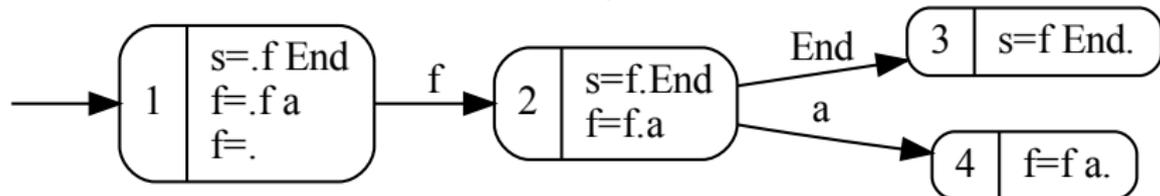


Déterminer les actions des états de l'automate

# Exercice

## Construire l'automate de la grammaire

$f = \{ \text{devant:} \} f a \mid \{ \text{rien:} \} ;$



## Déterminer les actions des états de l'automate

- 1 : réduction(f:rien)
- 2 : décalage
- 3 : réduction(s)
- 4 : réduction(f:devant)

# Évaluation de l'automate : Principes

## Une pile pour plus de puissance

- On maintient une pile d'analyse
- On avance dans l'automate et empile des bouts d'arbre syntaxique
- On construit des bouts d'arbre syntaxique en utilisant les têtes de piles

## Dans un état

- Ce qui précède le point est un passé **avéré**  
→ C'est dans la pile
- Ce qui suit le point est un futur **possible**

# Évaluation de l'automate

## Données

- Un automate LR(0)  $A$
- Une séquence de jetons  $J$

## Résultat

- Un arbre syntaxique

## Départ

- Une pile initialisé à départ( $A$ )

# Évaluation de l'automate

## État courant

- C'est celui du sommet de pile

## Quatre actions

- Décalage : on consomme un jeton
- Réduction : on construit une production (sous-arbre)
- Acceptation : on retourne l'arbre syntaxique
- Erreur : on retourne une erreur de syntaxe

# Action de décalage

## État de décalage

- Le jeton  $j$  de la séquence  $J$  est consommé
- On empile  $j$  dans la pile
- La transition  $j$  dans l'automate est suivie vers l'état  $E$
- On empile  $E$  dans la pile

## Erreur de syntaxe

- Si la transition  $j$  n'existe pas, on retourne une erreur de syntaxe sur le jeton  $j$

# Action de réduction

## État de réduction $P : A$

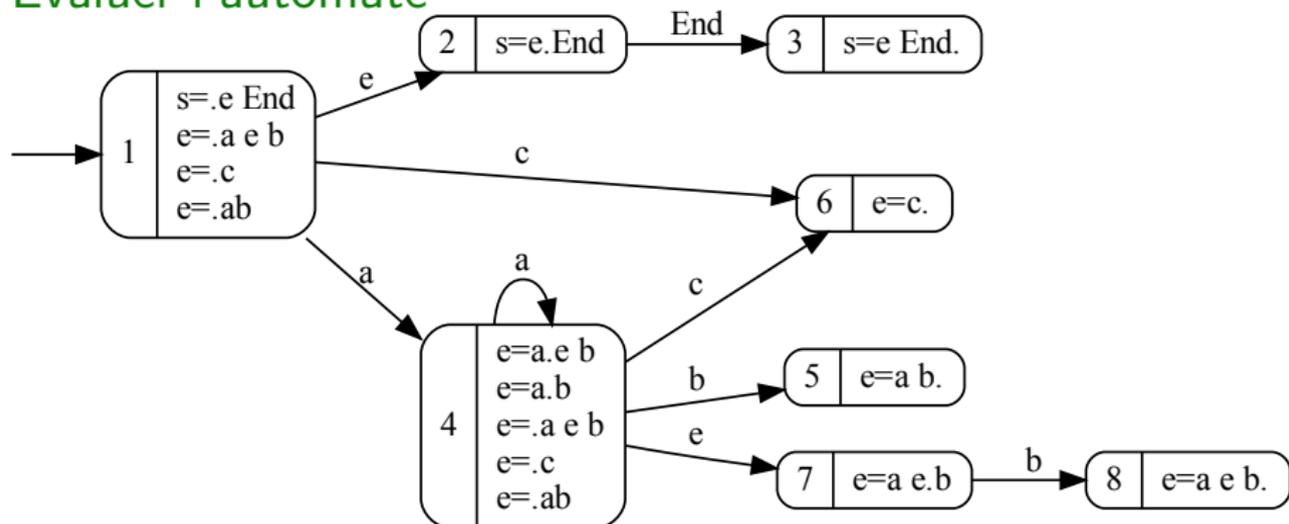
- On construit le nœud pour l'alternative  $P : A$  avec les derniers éléments de la pile
- On dépile tous ces éléments de la pile
- L'état courant est le nouveau sommet de pile
- On empile  $P$  dans la pile
- La transition  $P$  dans l'automate est suivie vers l'état  $E$
- On empile  $E$  dans la pile

## Acceptation

- Si on réduit la production de départ, alors on retourne le nœud construit

# Exercice

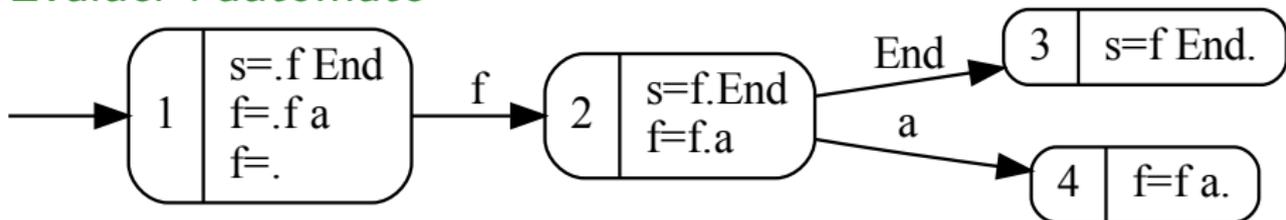
## Évaluer l'automate



- Séquence de jetons = « a a c b b End »

# Exercice

## Évaluer l'automate



- Séquence de jetons = « a a a End »

# Conflits dans l'automate

## Problème

- L'algo est valide si une seule action est possible par état
- L'automate construit ne l'est pas forcément

## Conflits

- Réduction-réduction (*reduce-reduce*)
- Décalage-réduction (*shift-reduce*)

## Exemple

$g = \{\text{nonvide:}\} \text{ a } g \mid \{\text{vide:}\} ;$

# Analyse syntaxique LR(1)

# Conflit LR(0) (rappel)

## Certaines grammaires ne sont pas LR(0)

- Ssi on obtient un automate LR(0) conflictuel

## Exercice : construire l'automate LR(0)

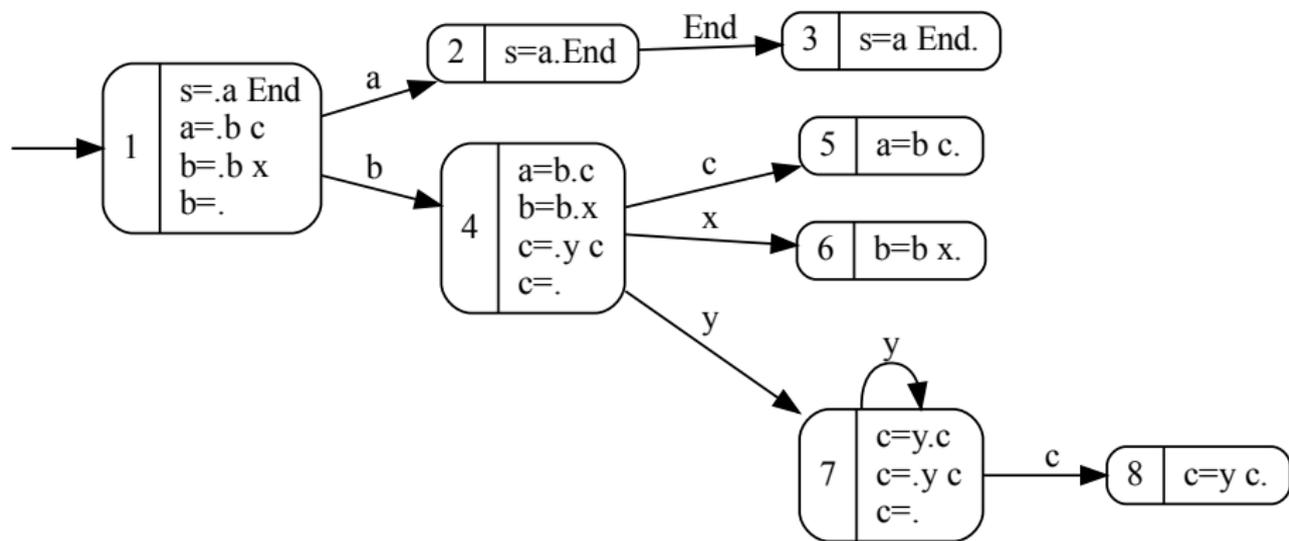
s = a End ;

a = b c ;

b = b x | ;

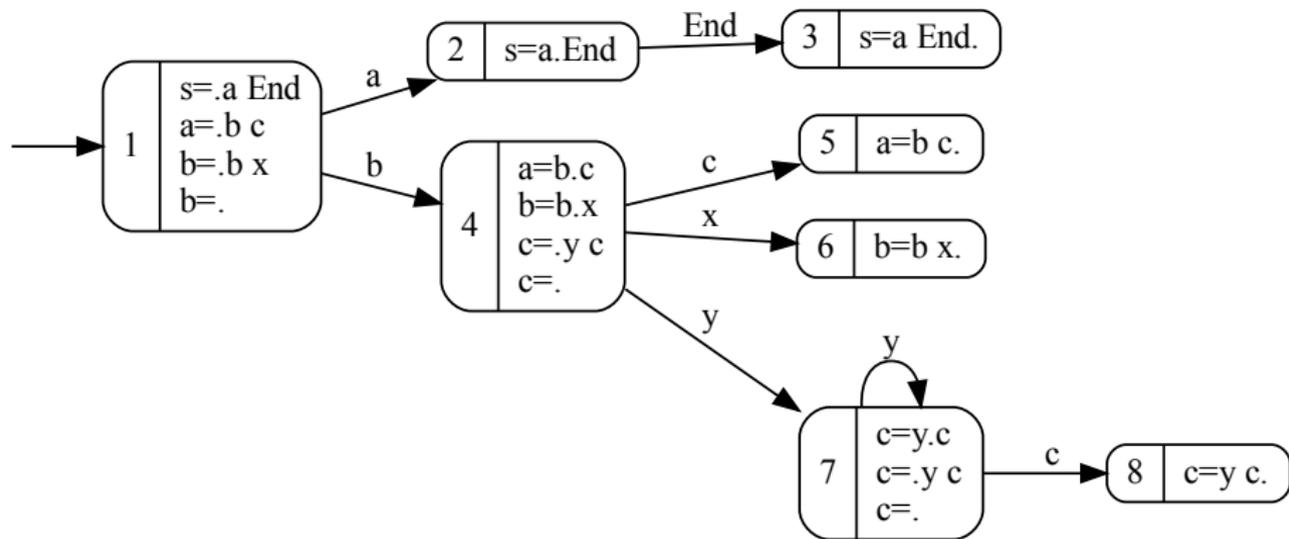
c = y c | ;

# Conflit LR(0) (rappel)



Exercice : déterminer les actions

# Conflit LR(0) (rappel)



## Exercice : déterminer les actions

- Conflit à l'état 4 : Décalage ; Réduction(c:2)
- Conflit à l'état 7 : Décalage ; Réduction(c:2)

# Conflit LR(0)

## Conflits gênants

- En pratique, la plupart des grammaires ne sont pas LR(0)

## Solution

- Il faut une analyse plus forte : LR(1)

# Analyse syntaxique LR(1)

## Analyse ascendante

- Dédit les productions a partir des jetons

## Analyse l'entrée de la gauche (**L**eft)

- Le premier jeton de la séquence est traité

## Construit une dérivation droite (**R**ight)

- Les fils de droite sont construits avant les fils de gauches

## Utilise un jeton de prévision (1)

- On se permet de regarder un jeton en avant

# Fonctions d'aide

## Ensemble Nullable

- Indique si une production peut englober aucun jeton
- Exemple :  $b \in \text{Nullable}$

## Fonction Premier

- Indique l'ensemble des jetons qui commencent (au sens large) une production
- Exemple :  $x \in \text{Premier}(a)$

# Ensemble Nullable

## Une production $p$ est nullable ssi

- Elle possède une alternative vide, ou
- Elle possède une alternative composée uniquement de productions nullable

## Calcul par point fixe

- Approximer successivement l'ensemble Nullable
- Jusqu'à l'atteinte de la stabilité

# Exercice

## Déterminer l'ensemble Nullable

s = a End ;

a = b c ;

b = b x | ;

c = y c | ;

# Exercice

## Déterminer l'ensemble Nullable

s = a End ;

a = b c ;

b = b x | ;

c = y c | ;

- 0 : Nullable = { }
- 1 : Nullable = {b, c}
- 2 : Nullable = {a, b, c}
- 3 : Nullable = {a, b, c} → Stabilité atteinte

# Fonction Premier

Un jeton  $j$  appartient à  $\text{Premier}(p)$  ssi pour une alternative  $a$  de la production  $p$

- $p = \alpha j \beta$ , ou
- $p = \alpha q \beta$  et  $j \in \text{Premier}(q)$

avec

- $\alpha$  une séquence (possiblement vide) de productions nullables
  - $\beta$  une séquence quelconque (possiblement vide) de productions ou de jetons
- Calcul par point fixe aussi

# Exercice

## Déterminer la fonction Premier

s = a End ;

a = b c ;

b = b x | ;

c = y c | ;

# Exercice

## Déterminer la fonction Premier

s = a End ;

a = b c ;

b = b x | ;

c = y c | ;

- $P(s) = \{ \}$  ;  $P(a) = \{ \}$  ;  $P(b) = \{ \}$  ;  $P(c) = \{ \}$
- $P(s) = \{ \text{End} \}$  ;  $P(a) = \{ \}$  ;  $P(b) = \{ x \}$  ;  $P(c) = \{ y \}$
- $P(s) = \{ \text{End} \}$  ;  $P(a) = \{ x, y \}$  ;  $P(b) = \{ x \}$  ;  $P(c) = \{ y \}$
- $P(s) = \{ \text{End}, x, y \}$  ;  $P(a) = \{ x, y \}$  ;  $P(b) = \{ x \}$  ;  $P(c) = \{ y \}$
- $P(s) = \{ \text{End}, x, y \}$  ;  $P(a) = \{ x, y \}$  ;  $P(b) = \{ x \}$  ;  $P(c) = \{ y \}$  →  
Stabilité atteinte

# Automate LR(1)

## Être plus fort que LR(0)

- Idée : regarder un jeton en avant pour décider entre les actions possibles
- Besoin : maintenir les jetons suivants les productions dans les *items*

## Item LR(1)

- Une *alternative*
- Une *position* (indiquée par le point)
- Un *jeton suivant la production* (indiqué après la virgule)
- Exemple : « a = b . c , End »

# Construction de l'automate LR(1)

## Item de départ

- «  $s = . a \text{ End} , \text{End}$  »

## Dérouler les production avec le bon jeton suivant

- «  $a = \gamma . b \alpha c \beta , j$  »  
→ dérouler  $b$ , suivant  $\in P(c)$
- «  $a = \gamma . b \alpha k \beta , j$  »  
→ dérouler  $b$ , suivant =  $k$
- «  $a = \gamma . b \alpha , j$  »  
→ dérouler  $b$ , suivant =  $j$

avec

- $\alpha$  une séquence (peut-être vide) de productions nullable
- $\beta$  et  $\gamma$  deux séquences quelconques (peut-être vide) de productions ou de jetons

# Construction de l'automate

## Exemple : État de départ

- Item de départ

s = . a End , End

- On déroule a avec jeton suivant End

a = . b c , End

- On déroule b avec jetons suivants y (car  $P(c) = \{y\}$ ) et End (car c est nullable)

b = . b x , y

b = . , y

b = . b x , End

b = . , End

# Construction de l'automate

## Exemple : État de départ (suite)

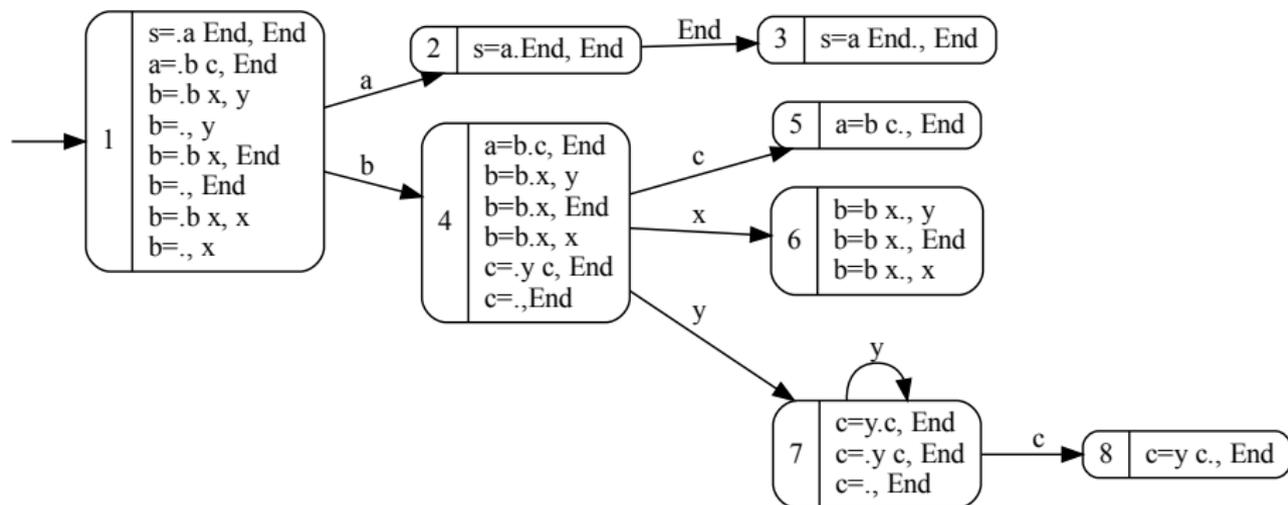
- On déroule b avec jeton suivant x

b = . b x , x

b = . , x

- Il ne reste plus rien de nouveau à dérouler  
(on vient de dérouler b avec jeton suivant x)

# Automate construit



# Actions gardées : un jeton de prévision

## On agit en fonction du futur

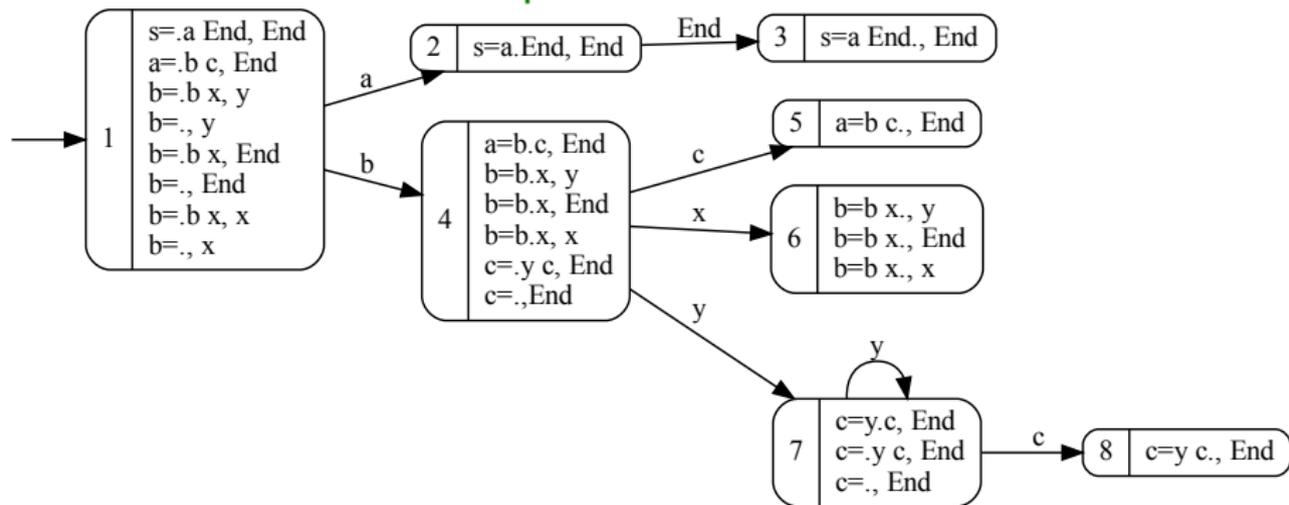
- Plusieurs actions par état
- Un jeton de prévision conditionne (garde) une action

## Règle des actions gardées

- Décalage : il existe un jeton  $j$  précédé d'un point  
→ gardée par le jeton  $j$
- Réduction  $P : A$  : il existe un point à la fin de l'alternative  
→ gardée par le jeton suivant la production

# Exercice

## Déterminer les actions pour les états



# Exercice

## Déterminer les actions pour les états

- 1 :  $y \rightarrow R(b : 2); \text{End} \rightarrow R(b : 2); x \rightarrow R(b : 2)$
- 2 :  $\text{End} \rightarrow D$
- 3 :  $\text{End} \rightarrow R$
- 4 :  $x \rightarrow D; y \rightarrow D; \text{End} \rightarrow R(c : 2)$
- 5 :  $\text{End} \rightarrow R(a)$
- 6 :  $y \rightarrow R(b : 1); \text{End} \rightarrow R(b : 1); x \rightarrow R(b : 1)$
- 7 :  $y \rightarrow D; \text{End} \rightarrow R(c : 2)$
- 8 :  $\text{End} \rightarrow R(c : 1)$

# Évaluation de l'automate LR(1)

## Principe

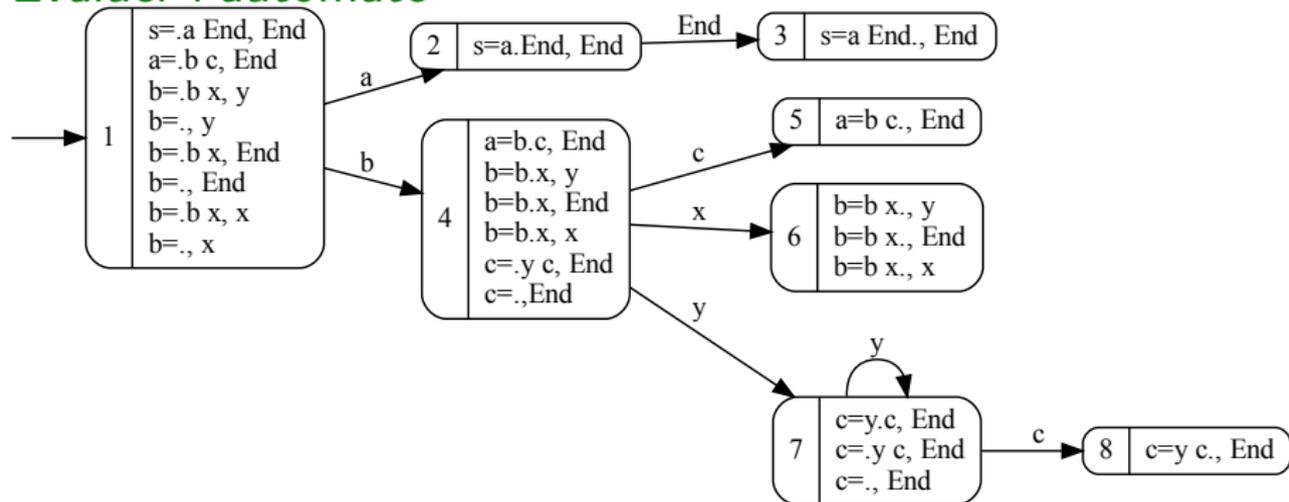
- On conserve le principe de LR(0)
- Mais l'action à effectuer dépend du prochain jeton

## Concrètement

- Regarder le prochain jeton : ne pas le consommer!
- En déduire l'action pour l'état courant
- Effectuer l'action : même comportement que pour LR(0)
- Recommencer à la première étape

# Exercice

## Évaluer l'automate



- Séquence de jetons = « x x y y End »

# Exercice

Construire l'automate LR(0)

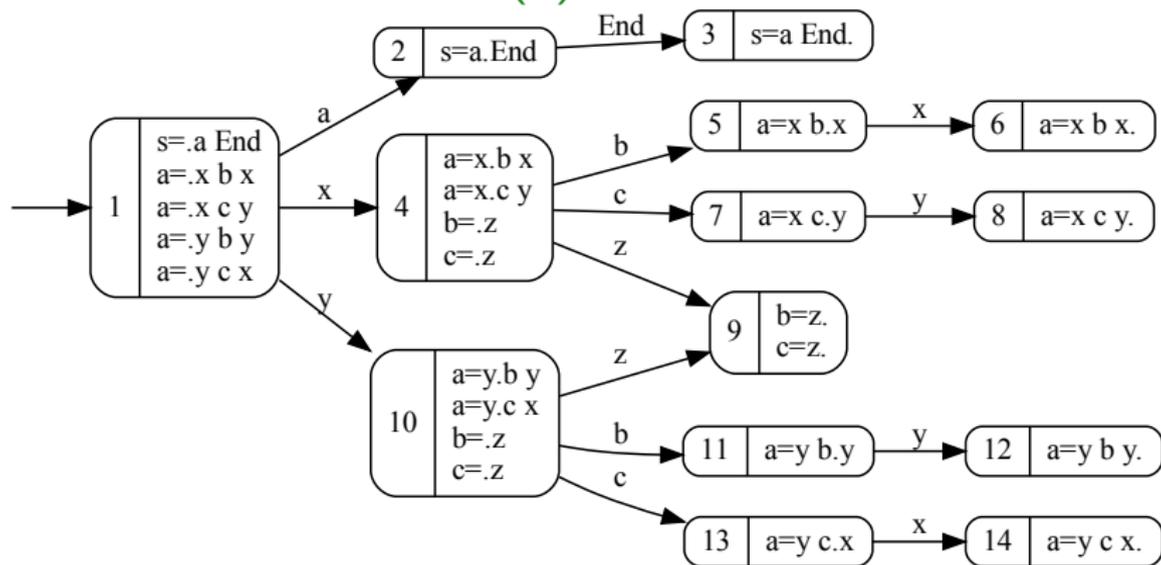
$a = x b x \mid x c y \mid y b y \mid y c x ;$

$b = z ;$

$c = z ;$

# Exercice

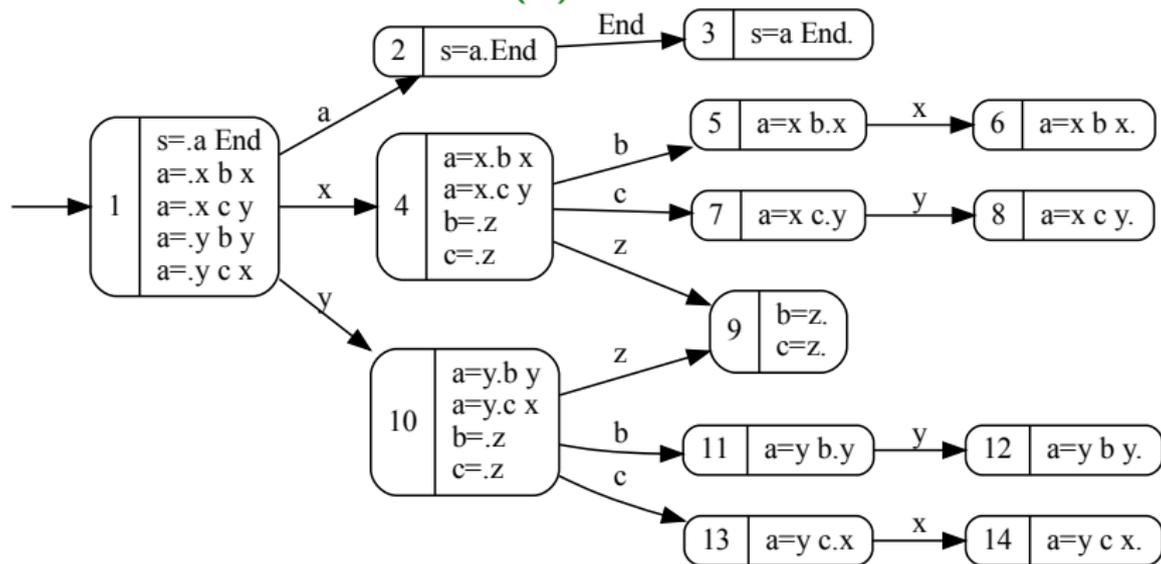
## Construire l'automate LR(0)



## Déterminer les actions

# Exercice

## Construire l'automate LR(0)



## Déterminer les actions

- Conflit à l'état 9 : R(b) ; R(c)

# Exercice

Construire l'automate LR(1)

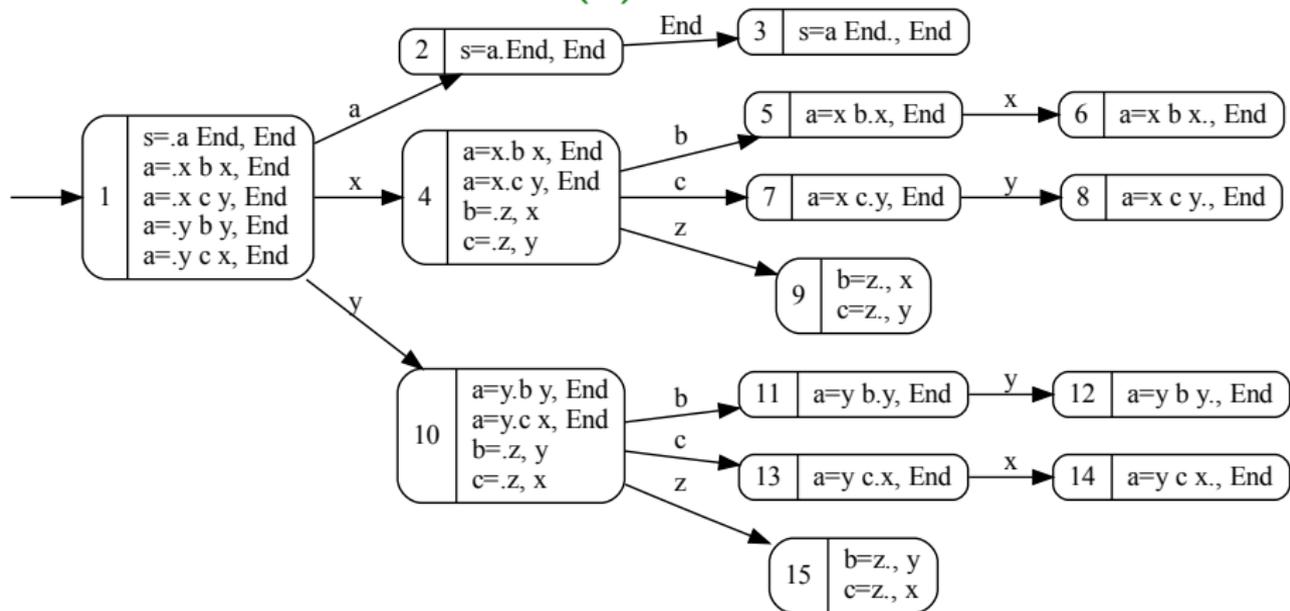
$a = x b x \mid x c y \mid y b y \mid y c x ;$

$b = z ;$

$c = z ;$

# Exercice

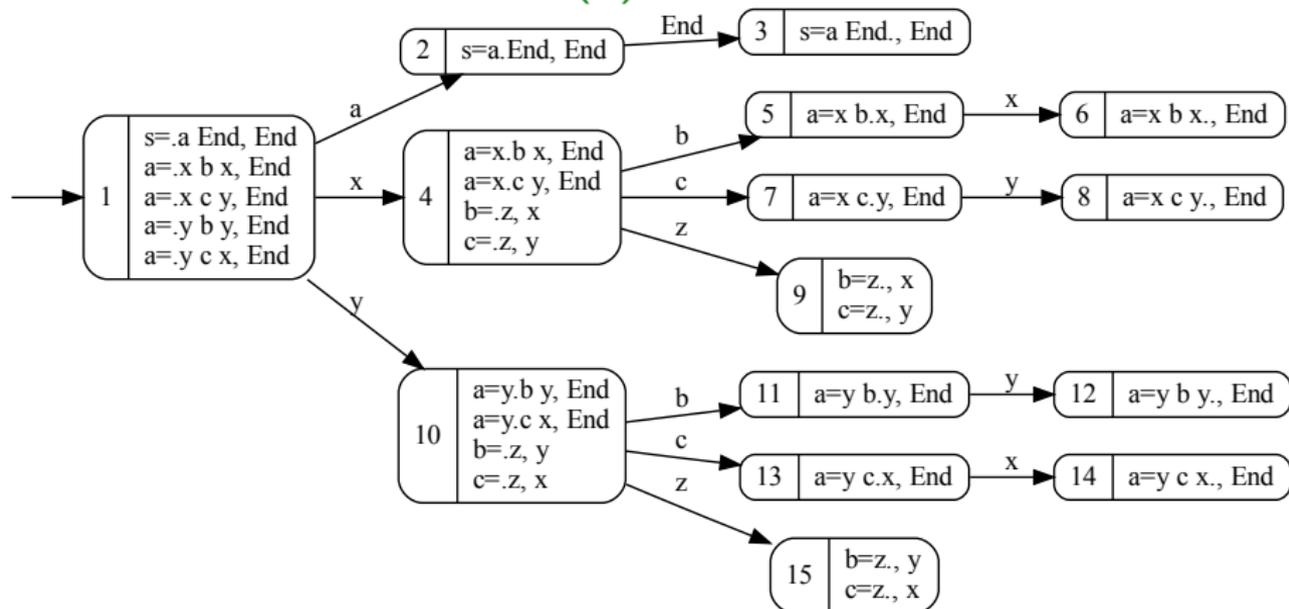
## Construire l'automate LR(1)



Déterminer les actions

# Exercice

## Construire l'automate LR(1)

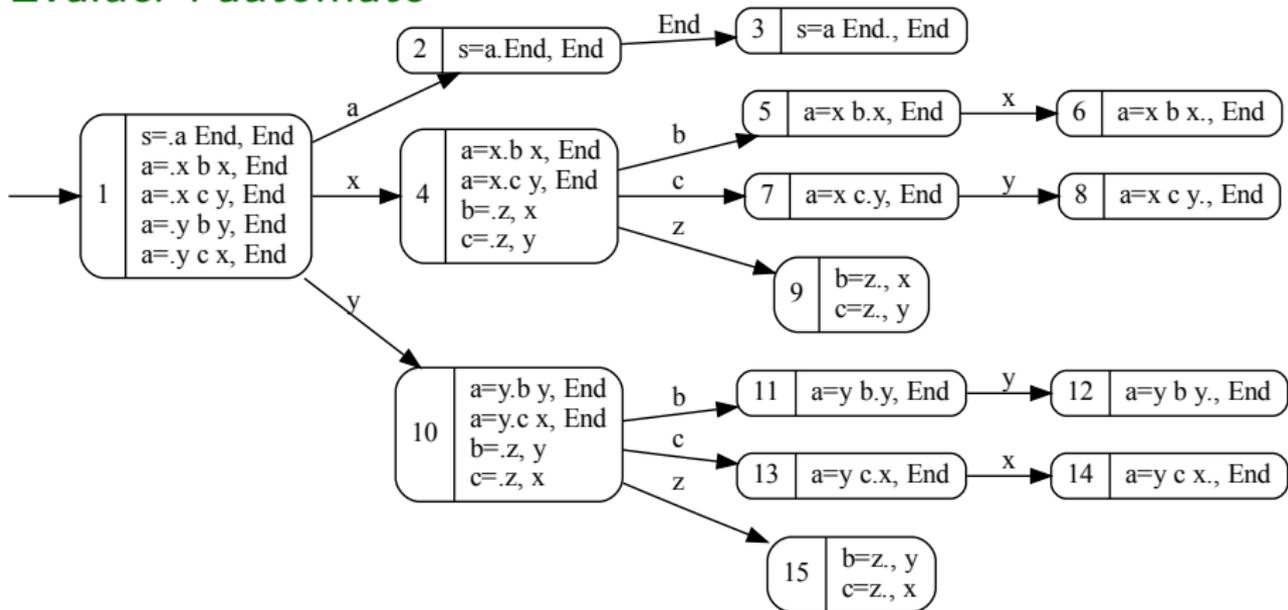


## Déterminer les actions

- État 9 :  $x \rightarrow R(b)$  ;  $y \rightarrow R(c)$
- État 15 :  $y \rightarrow R(b)$  ;  $x \rightarrow R(c)$

# Exercice

## Évaluer l'automate



- Séquence de jetons = « x z y End »

# Conflits LR(1)

## Problème

- L'algorithme est valide si une seule action est possible par jeton de prévision par état
- L'automate construit ne l'est pas forcément

## Solutions

- Utiliser une analyse plus forte
- Réécrire la grammaire

# Conflits LR(1)

Grammaire ambiguë

$e = e '+' e \mid i ;$

Grammaire LR( $k$ ) pour  $k > 1$

$e = f x x \mid g x y ;$

$f = z ;$

$g = z ;$

Grammaire pas LR( $k$ ) pour aucun  $k$

$e = x e x \mid ;$

# Autres analyses syntaxiques

# Analyse syntaxique LALR(k)

- *Look-Ahead Left-to-right, Rightmost derivation parser*
- Idée : compresser les automates LR(k) qui sont **gros**
- Fusionner les nœuds LR(k) qui ont les même items (en excluant les prévisions)

## Gain

- Même taille finale que LR(0)

## Pertes

- Possiblement des conflits réductions/réductions
- Pas si gênant en pratique

# Analyse syntaxique GLR

- *Generalized Left-to-right Rightmost derivation parser*
- Idée : en cas de conflit, on tente toutes les actions possibles
- On forke la pile et on tente
- Optimisation : partager les morceaux de pile
- Peut retourner tous les arbres (ou le premier qu'on trouve)

## Gain

- Gère les grammaires conflictuelles
- Dont les grammaires ambiguës

## Perte

- Complexité  $O(n^3)$
- Mais reste  $O(n)$  si entrée non-conflictuelle
- Le premier arbre qu'on trouve n'est peut-être pas le « bon »  
→ Se méfier des outils (et des gens) qui utilisent GLR

# Analyse syntaxique LL( $k$ )

- *Left-to-right, Leftmost derivation parser*

## Principe d'un parseur descendant récursif

- On regarde le(s) jeton(s) qui s'en vien(nen)t
- Pour savoir quelle dérivation appliquer
- Sans *backtrack* !
  - On veut la **bonne** dérivation !
  - On veut du  $O(n)$  !

## Contrainte

- Il ne peut y avoir qu'une seule **bonne** dérivation
- Des conflits sont possibles s'il y a des **récurtivité gauches**

# Mise en œuvre LL(1)

## Une pile

- Indiquant le **futur** à reconnaître
- La liste des jetons et productions qu'on cherche
- (c'est aussi un automate à pile quelque part dessous)

## Une table indiquant

- Pour la production  $P$  courante
- Et le jeton  $j$  qui s'en vient
- Quelle dérivation  $P \rightarrow \alpha$  appliquer
- $\rightarrow$  C'est en gros celle où  $j \in \text{Premier}(\alpha)$
- $\rightarrow$  Mais c'est plus compliqué si  $\alpha$  est nullable

# Réversivité gauche

## Directe

- Une alternative de la forme «  $A \rightarrow A\alpha$  »

## Indirecte

Des alternatives de la forme

- $A_0 \rightarrow \beta_0 A_1 \alpha_0$
- $A_1 \rightarrow \beta_1 A_2 \alpha_1$
- ...
- $A_n \rightarrow \beta_n A_0 \alpha_n$

Où tous les  $\beta$  sont nullables

- Exercice: montrer que  $A_0 \rightarrow^* A_0 \alpha$

## Solution pour LL-iser ?

- Éliminer les récursions gauche
- $\rightarrow$  Ça complique la grammaire
- $\rightarrow$  C'est pas toujours faisable

# Conclusion générale

- Beaucoup de sujets et sous-domaines en compilation
- Modernité et tradition
- On a simplement effleuré des concepts de base
- Les graphes c'est quand même utile (des fois)
  
- Merci pour votre écoute